

ности путем преобразования нестационарного процесса в стационарный позволяет получить вероятностную закономерность изменения параметров освещенности. Полученные вероятностные характеристики могут быть использованы для определения световых ресурсов учебных аудиторий.

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика — М.: Высш. шк., 1999. — 479 с.

2. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. — М., 1989. — 312 с.

3. Цветков Э.И. Нестационарные случайные процессы и их анализ. — М.: Энергия, 1973. — 129 с.

4. Мэнли Р. Анализ и обработка записей колебаний. — М.: Машиностроение, 1972. — 368 с.

Получено 24.06.2002

УДК 621.327.534

Е.А.МВУДЖО

Харьковская государственная академия городского хозяйства

О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНОСТИ БАЛЛАСТНОГО ДРОССЕЛЯ НА ФОРМУ ТОКА В КОНТУРЕ "РАЗРЯДНАЯ ЛАМПА – ИНДУКТИВНЫЙ ПРА"

Показана возможность учета нелинейности дросселя на форму тока лампы в методе расчета контура "РЛ - ПРА" на основе аппроксимации динамики проводимости плазмы разряда в лампе за полупериод тока.

Нелинейность дросселя в схемах стабилизации режима работы комплекта "Разрядная лампа – Индуктивный балласт" традиционно учитывалась введением поправочных коэффициентов (A , B , C), зависящих от максимального значения магнитного поля (B_{\max}) и вида материала (стали) [1]. Однако этот метод обладает ограниченной областью применимости, поскольку требует знания характера изменения напряжения на лампе, что не всегда можно достаточно корректно осуществить на стадии предварительных исследований при проектировании комплектов "РЛ – ПРА".

В настоящей работе для анализа влияния нелинейности дросселя на форму тока в комплекте "РЛ – Индуктивный балласт" предлагается применить аппроксимацию динамики проводимости плазмы разряда на переменном токе частотой 50 Гц, рекомендованную в [2] для разрядных ламп.

Такая аппроксимация предложена в виде

$$g_{\lambda}(t) = G_0 \sin^2 \omega t = \frac{1}{r_{\lambda}(t)}, \quad (1)$$

где $r_{\lambda}(t) = \frac{R_0}{\sin^2 \omega t}$, $R_0 = G_0^{-1}$ – минимальное значение сопротивления плазмы, достигаемое при $\omega(t) = \pi/2$; $\bar{G} = G/2$ – усредненное за полупериод значение проводимости лампы.

Аппроксимация (1) достаточно обоснована в [2] и нет необходимости рассматривать ее здесь в деталях.

Нелинейность балластного дросселя характеризуется зависимостью $L(t)$, схематически показанной на рис.1,а, которую можно аппроксимировать выражением

$$L(\omega t) = L_0(1 - \delta \cdot \sin^2 \omega t), \quad (2)$$

где δ – параметр нелинейности. При $\delta=1$ получается предельный случай (рис.1, б)

$$L(\omega t) = L_0 \cos^2 \omega t, \quad (3)$$

с которого целесообразно начать рассмотрение. В этом случае среднее за полупериод значение индуктивности дросселя \bar{L} равно

$$\bar{L} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} L_0 \cos^2 \omega t d(\omega t) = \frac{1}{2} L_0. \quad (4)$$

Основное уравнение для расчета рассматриваемой схемы (без учета активных потерь в балласте) имеет вид

$$L_0 \cos^2 \omega t \cdot \frac{di_{\lambda}}{dt} + \frac{R_0}{\sin^2 \omega t} i_{\lambda} = U_c \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi). \quad (5)$$

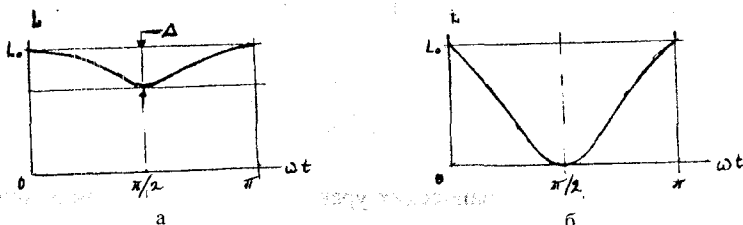


Рис.1 – Схематическое представление нелинейности балластного дросселя:
а – $\delta < 1$; б – $\delta = 1$

Введя обозначения

$$\frac{i_d}{U_c \sqrt{2} / \omega L_0} = \xi(x), \quad \omega t = x, \quad \frac{R_0}{\omega L_0} = A_0, \quad (6)$$

преобразуем уравнение (5) к виду:

$$\cos^2 x \frac{d\xi}{dx} + \frac{A_0}{\sin^2 x} \xi = \sin(x + \varphi). \quad (7)$$

Сдвиг фаз φ можно выразить формулой

$$\varphi = \arctg \frac{\omega \bar{L}}{R} = \arctg \frac{1}{4A_0}. \quad (8)$$

Учитывая, что $\xi(x)$ обладает симметрией III рода [3], т.е. $\xi(x + \pi) = -\xi(x)$, будем искать решение уравнения (7) в виде ряда Фурье:

$$\xi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} [a_{2k+1} \cos(2k+1)x + b_{2k+1} \sin(2k+1)x]. \quad (9)$$

После необходимых преобразований уравнение (7) принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \{ & [-(2k+1)a_{2k+1} + 8A_0b_{2k+1}] \sin(2k+1)x + [(2k+1)b_{2k+1} + \\ & + 8A_0a_{2k+1}] \cos(2k+1)x - \frac{1}{2}(2k+1)b_{2k+1} \cos(2k-3)x + \\ & + \frac{1}{2}(2k+1)a_{2k+1} \sin(2k-3)x - \frac{1}{2}(2k+1)b_{2k+1} \cos(2k+5)x + \\ & + \frac{1}{2}(2k+1)a_{2k+1} \sin(2k+5)x \} = 2(3 \cos \varphi \sin x + \sin \varphi \cos x - \\ & - \cos \varphi \sin 3x - \sin \varphi \cos 3x). \end{aligned} \quad (10)$$

Последовательное приравнивание коэффициентов при $\sin x$, $\cos x$, $\sin 3x$, ... (метод гармонического баланса [4]) приводит к следующей системе алгебраических уравнений для определения коэффициентов Фурье a_{2k+1} , b_{2k+1} :

$$(a) \quad -a_1 + 8A_0b_1 - \frac{3}{2}a_3 + \frac{5}{2}a_5 = 6 \cos \varphi;$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad & b_2 + 8A_0a_1 - \frac{3}{2}b_3 - \frac{5}{2}b_5 = 2 \sin \varphi; \\
 (c) \quad & -\frac{1}{2}a_1 - 3a_3 + 8A_0b_3 + \frac{7}{2}a_7 = -2 \cos \varphi; \\
 (d) \quad & -\frac{1}{2}b_1 + 3b_3 + 8A_0a_3 - \frac{7}{2}b_7 = -2 \sin \varphi; \\
 (e) \quad & -\frac{1}{2}a_1 - 5a_5 + 8A_0b_5 + \frac{9}{2}a_9 = 0; \\
 (f) \quad & -\frac{1}{2}b_1 + 5b_5 + 8A_0a_5 - \frac{9}{2}b_9 = 0; \\
 (g) \quad & \frac{3}{2}a_3 - 7a_7 + 8A_0b_7 + \frac{11}{2}a_{11} = 0; \\
 (h) \quad & -\frac{3}{2}b_3 + 7b_7 + 8A_0a_7 - \frac{11}{2}b_{11} = 0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Эту систему можно решить с любой заданной степенью точности с применением вычислительной техники. Практически в инженерных расчетах можно ограничиться точностью $g_0=10\%$.

Рассмотрим иллюстрированный пример: $A_0=0,33$, при этом $\varphi=37^\circ 0'$. Пренебрегая в уравнениях (e)-(h) членами с a_9, b_9, a_{11}, b_{11} , а в уравнениях (c) и (d) — членами a_7, b_7 , получим следующие значения коэффициентов Фурье (с точностью $\sim 0,01$): $a_1=-0,28$; $a_3=0,23$; $a_5=0,05$; $b_1=1,84$; $b_3=-0,34$; $b_5=0,14$ (заметим, что в силу начального условия $\sum (x=0)=0$ должно выполняться условие $a_1 + a_3 + a_5 + \dots = 0$).

Соответствующая форма тока представлена на рис.2 (кривая 1). Эта кривая является неблагоприятной в светотехническом отношении по двум основным причинам. Во-первых, очень высокий коэффициент амплитуды тока, в данном случае он равен (с учетом определения A_0 по (6)):

$$K_a = \frac{I_m}{I_n} = \frac{1}{I_n} \cdot 2,42 \frac{U_c \sqrt{2}}{\omega L} = \frac{2,42 \sqrt{2}}{I_n} \frac{U_c A}{R_0} = \frac{2,42 \cdot 1,41}{I_n} \frac{U_c}{\frac{1}{R} \frac{U_\delta}{I_n}} =$$

$=4,84 \cdot 1,41 \cdot 2 \cdot 0,33 = 4,55$ при $U_n / U_c = 0,5$ (например, для ЛЛ мощностью 40 Вт с $I_n = 110$ В при $U_c = 220$ В). Это значение K_a в 2,7 раза превышает допустимое (1,7), что с точки зрения обеспечения, например, необходимой долговечности разрядной лампы весьма нежелательно.

Во-вторых, относительное содержание высших гармоник тока в данном случае составляет

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \approx 0,22; \quad \frac{A_5}{A_1} = \frac{\sqrt{a_5^2 + b_5^2}}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = 0,08,$$

что также выше допустимых значений. Таким образом, наличие существенной нелинейности балластного дросселя может негативно влиять на форму тока в цепи "РЛ – Индуктивный балласт", что необходимо учитывать при проектировании комплекта "РЛ – ПРА".

На практике величина δ обычно значительно меньше 1. При $\delta \neq 1$ для величины I вместо (4) имеем

$$\bar{I} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} L_0 (1 - \delta \sin^2 \omega t) d(\omega t) = L_0 \left(1 - \frac{\delta}{2}\right), \quad (12)$$

а для φ вместо (9) –

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L_0 \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)}{\bar{R}} = \arctg \frac{1 - \frac{\delta}{2}}{2A_0}. \quad (13)$$

Вместо системы уравнений (11) теперь получаем:

$$(\bar{a}) \left(-1 + \frac{5}{6}\delta\right)a_1 + \frac{4A_0}{3}b_1 + \left(1 - \frac{5}{4}\delta\right)a_3 + \frac{5}{12}\delta a_5 = \cos \varphi,$$

$$(\bar{b}) 4A_0a_1 + \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)b_1 + \left(-3 + \frac{9}{4}\delta\right)b_3 - \frac{5}{4}\delta b_5 = \sin \varphi,$$

$$(\bar{c}) \left(1 - \frac{5}{4}\delta\right)a_1 + 4A_0b_3 + \left(-6 + \frac{9}{2}\delta\right)a_3 + 5(1 - \delta)a_5 + \frac{7}{4}\delta a_7 = -\cos \varphi,$$

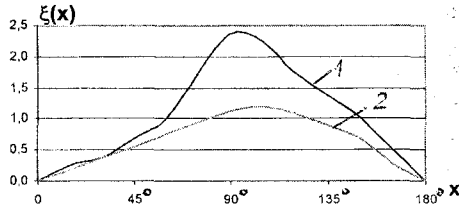


Рис.2 – Форма тока в цепи РЛ – Нелинейный индуктивный балласт: 1 – $\delta=1$; 2 – $\delta=0,4$

$$\begin{aligned}
 (\bar{d}) \quad & \left(-1 + \frac{3}{4}\delta\right)b_1 + 4A_0a_3 + \left(6 - \frac{9}{2}\delta\right)b_3 - 5(1-\delta)b_5 - \frac{7}{4}\delta b_7 = -\sin \varphi, \\
 (\bar{e}) \quad & \frac{1}{4}\delta a_1 + 3(1-\delta)a_3 + \left(-10 + \frac{15}{2}\delta\right)a_5 + 4A_0b_5 - 7(1-\delta)a_7 - \frac{9}{4}\delta a_9 = 0, \\
 (\bar{f}) \quad & -\frac{1}{4}\delta b_1 + 3(1-\delta)b_3 + \left(10 - \frac{15}{2}\delta\right)b_5 + 4A_0a_5 - 7(1-\delta)b_7 - \frac{9}{4}\delta b_9 = 0, \\
 (\bar{g}) \quad & \frac{3}{4}\delta a_3 + 5(1-\delta)a_5 + \left(-14 + \frac{21}{2}\delta\right)a_7 + 4A_0b_7 + 9(1-\delta)a_9 + \frac{11}{4}\delta a_{11} = 0, \\
 (\bar{h}) \quad & -\frac{3}{4}\delta b_3 - 5(1-\delta)b_5 + \left(14 - \frac{21}{2}\delta\right)b_7 + 4A_0a_7 - 9(1-\delta)b_9 - \frac{11}{4}\delta b_{11} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Положим для примера $A_0=0,33$, $\delta=0,4$; тогда $\varphi=50^\circ 25'$. Решение системы (14) методом, аналогичным описанному выше, дает следующие значения (с точностью 0,01): $a_1=-0,11$; $a_3=0,12$; $a_5=-0,01$; $b_1=1,11$; $b_3=-0,03$; $b_5=0,01$.

Соответствующая форма тока приведена на рис.2 (кривая 2). Видно, что при выбранном значении $\delta=0,4$ (и тем более при меньших значениях) форма тока уже близка к синусоидальной. Оценки показывают, что значение K_a , A_3/A_1 и $A\delta/A_1$ близки к допустимым значениям, обеспечивающим нормальную работу комплекта "РЛ – ПРА".

Таким образом, предлагаемая методика, основанная на аппроксимации (1), (2), позволяет непосредственно исследовать влияние нелинейности балластного дросселя на параметры схемы стабилизации режимов работы лампы с индуктивным балластом. Это представляет интерес при анализе вновь разрабатываемых комплектов "РЛ – ПРА" с целью обеспечения благоприятной формы тока в схемах стабилизации режимов работы комплекта при вариациях параметров составляющих ее элементов.

1.РГМ 16800.721-79 "Методы расчета схем ПРА для газоразрядной лампы". Введен с 01.03.80. – М., 1979. – 134 с.

2.Намитов К.К., Пахомов П.Л., Харин С.Н. Математическое моделирование процессов в газоразрядной плазме. Алма-Ата: Наука Каз. ССР, 1988. – 208 с.

3.Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Гостехиздат, 1957. – 608 с.

4.Заездный А.М. Гармонический анализ в радиотехнике и электросвязи. – Л.: Энергия, 1972. – 528 с.

Получено 24.06.2002